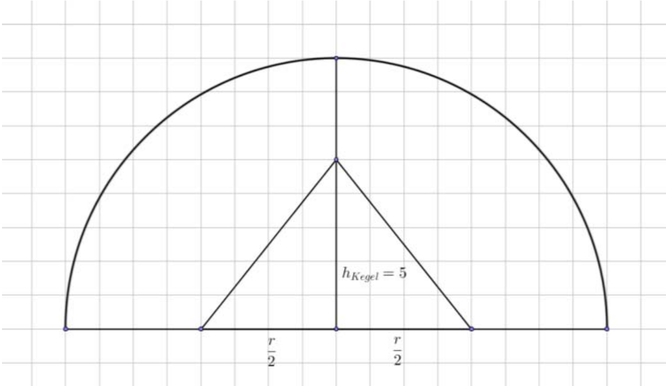
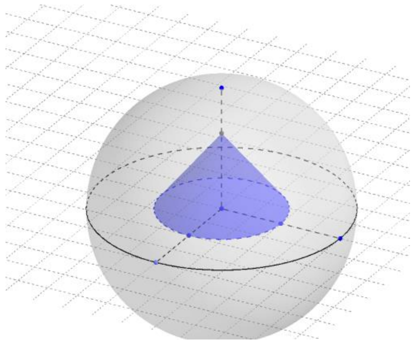
Halbkugel ohne Kegel





Aus der Halbkugel mit dem Radius r ist ein Kegel mit Radius $\frac{r}{2}$ und der Höhe $h = 5\ (cm)$ herausgeschnitten.

a) Bestimme einen Term $V(r)$ für das Volumen des Körpers. Welche Werte sind für r sinnvoll?

b) Bestimme mit dem CAS-Rechner sowohl algebraisch als auch graphisch einen Wert für r so, dass das Volumen des Körpers 1 Liter beträgt.

c) Die Grundfläche des Körpers ist ein Kreisring. Berechne, welchen Wert r haben muss, damit dieser Kreisring und der Mantel des Kegels gleichen Flächeninhalt haben.

Lösung:

a)

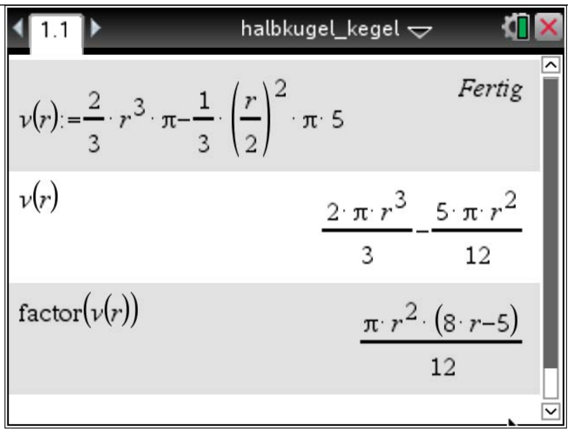
$V(r) = V_{Halbkugel} - V_{Kegel} =$

$= \frac{2}{3} \cdot r^3 \cdot \pi - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{r}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot 5 =$

$= \frac{2}{3} \cdot r^3 \cdot \pi - \frac{5}{12} \cdot r^2 \cdot \pi$

$\left(cm^3\right)$

$r \geq 5$, da die Spitze des Kegels innerhalb der Halbkugel liegen muss.



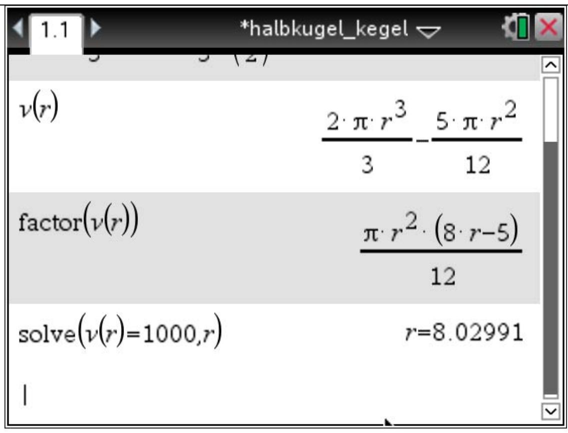
b)

$1\ l = 1000\ cm^3$

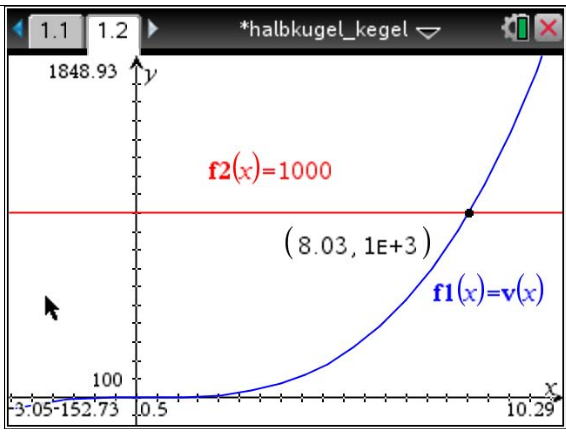
Ansatz:

$V(r) = 1000$

CAS: $r \approx 8{,}0\ cm$



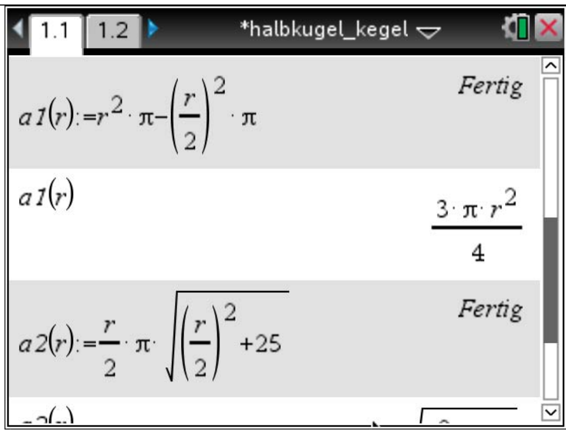
Zeichne eine Parallele zur x-Achse durch $(0|1000)$ und bestimme den Schnittpunkt mit dem Graphen von V.



c)

$$A_{Ring} = \frac{3}{4} \cdot r^2 \cdot \pi$$

$$A_{Mantel} = \frac{r}{2} \cdot \pi \cdot m = \frac{r}{2} \cdot \pi \cdot \sqrt{\left(\frac{r}{2}\right)^2 + 25}$$



Gleichsetzen:

$A_{Ring} = A_{Mantel}$

CAS:

$r = 0$ oder $r = \frac{5}{2} \cdot \sqrt{2} \approx 3{,}5$

Beide Werte sind für r nicht sinnvoll, da $r \geq 5$ gelten muss.